Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **30.6.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di punto di accumulazione per un insieme $D \subset \mathbb{R}$.

(ii) $x = 0$ é di accumulazione per l'insieme $D = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$?

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di punto di massimo locale per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il Teorema di Fermat per una funzione di più variabili.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

La funzione $f(x) = 2|x| - |x-1|$ ha

$\boxed{\text{a}}$ un minimo in $x = 0$

$\boxed{\text{b}}$ un minimo in $x = 0$ ed un minimo in $x = 1$

$\boxed{\text{c}}$ non é limitata inferiormente;

$\boxed{\text{d}}$ non é continua in in $x = 0$ e $x = 1$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ regolare e $(0,0)$ un punto di minimo per f. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $f_{xx}(0,0) > 0$

$\boxed{\text{b}}$ $D_v f(0,0) = 0$ per ogni versore $v \in \mathbb{R}^2$

$\boxed{\text{c}}$ $\det Hf(0,0) \neq 0$

$\boxed{\text{d}}$ $f_{xx}(0,0) \cdot f_{yy}(0,0) > 0$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$$

una serie convergente. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{a_n}$ converge

$\boxed{\text{b}}$ Esiste $n > 0$ tale che per ogni $\epsilon > 0$, $a_n < \epsilon$

$\boxed{\text{c}}$ Per ogni $\epsilon > 0$, esiste $M > 0$ t.c. per ogni $N > M$ vale $\displaystyle\sum_{n=1}^{N} a_n < \epsilon$

$\boxed{\text{d}}$ Per ogni $\epsilon > 0$, esiste $M > 0$ t.c. per ogni $n > M$ vale $a_n < \epsilon$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1} \right)^n$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int \frac{1+\tan(x)}{1-\tan(x)} \, dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione $f(x) = e^{\frac{x-1}{x}}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione