**Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore** **30.6.09**

**Cognome:** ................................ **Nome:** ........................................

**Matricola:** ................................ **Corso di Laurea:** ..............................

## Domanda 1

**[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di convergenza per una serie $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k$.

(ii) Verificare se la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \cdot \frac{e^{\sin(n)}}{n^2}$ converge.

**Risposta**

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[2+3 punti]**

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Sia $P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ un polinomio di grado pari tale che $a_0 < 0$, $a_n > 0$. Dimostrare che $P(x)$ ammette una radice positiva ed una negativa.

**Risposta**

(i)

(ii)

## Esercizio 1 **[3 punti]**

Dato l'insieme $D = \left\{ \frac{n}{n^2+9} \, : \, n \in \mathbb{N} \right\}$, allora

- $\boxed{\text{a}}$ $\sup = +\infty$, $\inf = 0$
- $\boxed{\text{b}}$ $\max = 1/6$, $\min = 0$
- $\boxed{\text{c}}$ $\sup = 1/6$, $\inf = 0$
- $\boxed{\text{d}}$ $\sup = 1/6$, $\inf = -\infty$

### Risoluzione

## Esercizio 2 **[3 punti]**

La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{q^n}$

- $\boxed{\text{a}}$ converge per $|q| < 1$
- $\boxed{\text{b}}$ converge per $|q| > 1$
- $\boxed{\text{c}}$ non converge mai
- $\boxed{\text{d}}$ converge per $|q| > 0$

### Risoluzione

## Esercizio 3 **[4 punti]**

Siano $f$, $g$ due funzioni tali che $f + g$ é derivabile in $x = 0$. Allora

- $\boxed{\text{a}}$ $f$ e $g$ sono derivabili in $x = 0$
- $\boxed{\text{b}}$ Esiste finito $\lim_{h \to 0} \dfrac{f(h) - f(0) + g(h) - g(0)}{h}$
- $\boxed{\text{c}}$ $f$ e $g$ sono continue in $x = 0$
- $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle risposte precedenti é vera

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x - \sin^2(\sqrt{x}) - \sin^2(x)}{x^2}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[4 punti]**

Dire se l'integrale improprio $\int_1^\infty \left(1 - \cos(\frac{1}{x})\right) dx$ converge.

### Risoluzione

## Esercizio 6

**[4 punti]**

Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-1)}{x+1}}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

### Risoluzione