

Domanda 1

[4 punti]

- (i) Dare la definizione di convergenza per una serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$
- (ii) Dire per quale $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la serie armonica generalizzata $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$

Domanda 2

[4 punti]

- (i) Enunciare il teorema di Rolle.
- (ii) Calcolare i punti critici della funzione $f(x) = x \cdot e^{x^2-3x+1}$

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\ln(1-2x^2)} - \cos(2x)}{x \cdot \sin(x^3)}$$

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \sinh(\sqrt{x}) dx$$

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare il piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = \frac{\ln(x)}{x \cdot y}$ nel punto $(x_0, y_0) = (e, 1)$.**Esercizio 4**

[4 punti]

Studiare la continuità nel punto $(x_0, y_0) = (0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(1 - \cos(x)) \cdot \ln(1 - y^2)}{x^4 + 2y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.