Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **9.1.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[1+2 punti]

(i) Dare la definizione di continuità di una funzione $g : (a, b) \to \mathbb{R}$.

(ii) Fare un esempio di una funzione g che è continua in $x = \pi$ e discontinua in $x = e$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile con continuità tale che $x \cdot f'(x) > 0$ per ogni $x \neq 0$. Allora

a $f(x) = x^2$

b $x_0 = 0$ è un punto di minimo locale di f

c $f'(0) > 0$

d $x_0 = 0$ è un punto di massimo locale di f

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\left(\frac{3n+5}{5n-2}\right)^n$.

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\ln\big(1-2x^2\big)+6x\sin(x)}{2\big(\cos(x^2)-1\big)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Trovare un versore $v \in \mathbb{R}^2$ tale che $D_v f(\frac{\pi}{2}, 1) = 0$ dove $f(x, y) = y^2 \cdot e^{\cos(x)}$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3,\ x \geq y\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \sin(x^2 + y^2)\, dx\, dy$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare dominio, eventuali zeri, punti di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2e^x + 2\right)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione