Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria

12.4. 2005

Analisi Matematica 1 (A.A. 2004/2005)

Docenti: Fabio Camilli, Klaus Engel

Corsi di Laurea in Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile, Elettrica, Elettronica, Informatica–Automatica, Meccanica e Telecomunicazioni

Scritto A

durata della prova: 1 ora e 30 minuti

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

Prima di iniziare leggere le istruzioni in fondo all'ultima pagina

Domanda 1

[3+4 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza per una serie numerica.

(ii) Enunciare il criterio del rapporto per le serie numeriche.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+4 punti]

(i) Enunciare il teorema sulla derivazione della funzione inversa.

(ii) Dire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x| + 2x$ è invertibile (giustificare la risposta).

Risposta

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Siano $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tre successioni definite da $a_n = n^{100}$, $b_n = 2^n$, $c_n = 100^{\sqrt{n}}$. Allora per $n \to +\infty$ vale

$\boxed{\text{a}}$ $a_n = o(c_n)$ e $c_n = o(b_n)$	$\boxed{\text{b}}$ $c_n = o(a_n)$ e $a_n = o(b_n)$
$\boxed{\text{c}}$ $a_n = o(b_n)$ e $b_n = o(c_n)$	$\boxed{\text{d}}$ $a_n \sim b_n$ e $b_n \sim c_n$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e sia $f(A) := \{f(x) : x \in A\}$ per un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ se $f(A)$ è limitato, allora A è limitato	$\boxed{\text{b}}$ se A è limitato, allora $f(A)$ è limitato
$\boxed{\text{c}}$ se $[0, +\infty) \subseteq A$, allora $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$	$\boxed{\text{d}}$ se A è un'intervallo aperto, allora f è costante

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

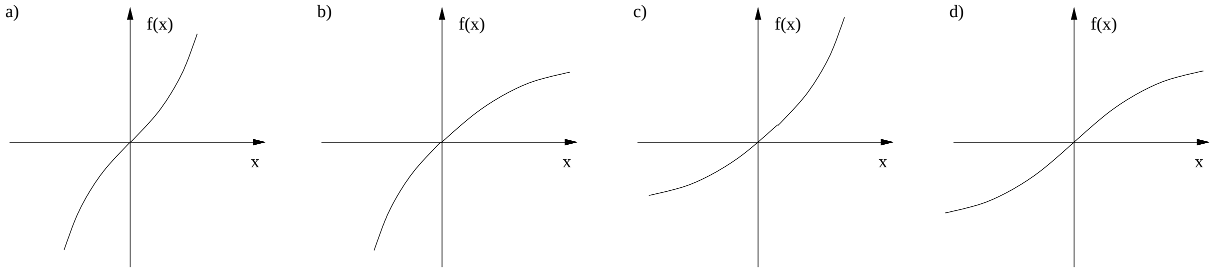
Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{3\ln^3\left(1 + \frac{x}{3}\right)}$$

Risoluzione

Esercizio 4 **[5 punti]**

Sia $f \in \mathrm{C}^2(\mathbb{R})$ una funzione crescente con $f(0) = 0$ tale che $f''(x) \cdot f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora parte del grafico di f è



Risoluzione

Regole per sostenere l'esame

- Si può entrare in aula solamente con penna, matita, gomma, ... e libretto universitario (o documento di riconoscimento). In particolare, non si possono portare appunti, libri, calcolatrice e cellulare.
- **Il compito viene corretto solo se la risposta alla domanda 1 è esauriente**.
- Il punteggio minimo per superare la prova è **18**.