

# ANALISI MATEMATICA (1)

A.A. 2018/2019

Docente: Klaus Engel

## Programma del Corso

*Concetti fondamentali:* Nozioni di logica matematica; concetto di insieme e le principali operazioni; il principio di induzione; progressione geometrica; fattoriale e coefficienti binomiali; formula del binomio di Newton e il triangolo di Tartaglia; i numeri naturali  $\mathbb{N}$ , interi  $\mathbb{Z}$ , razionali  $\mathbb{Q}$  e reali  $\mathbb{R}$ ; valore assoluto e disuguaglianza triangolare; minimo e massimo, estremo inferiore ed estremo superiore, l'assioma di completezza.

*Successioni numeriche:* Successioni convergenti, divergenti, oscillanti e limitate; regole per il calcolo dei limiti; numeri reali estesi  $\overline{\mathbb{R}}$ ,  $0^+$  e  $0^-$ ; forme determinate e indeterminate; infinitesimi e infiniti, confronto tra infinitesimi e tra infiniti; limiti e ordinamento: teorema del confronto e dei carabinieri, successioni monotone, il numero di Nepero; successioni asintotiche e il principio di sostituzione.

*Serie numeriche:* Serie convergenti, divergenti ed irregolari; criterio necessario per la convergenza; serie a termini non negativi; criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto, serie a termini di segno variabili, il criterio di Leibniz, convergenza semplice e convergenza assoluta; serie armonica, armonica generalizzata, geometrica ed esponenziale.

*Funzioni reali di una variabile reale:* Somma, prodotto, quoziente e composizione di funzioni; funzioni iniettive, suriettive, biettive, funzione inversa; funzioni limitate, pari e dispari, periodiche e monotone; funzioni elementari: polinomi e funzioni razionali, potenza, funzione esponenziale, iperboliche, circolari, grafici; punti di accumulazione, limiti delle funzioni reali, limite destro e sinistro; regole per il calcolo di limiti; limiti e ordinamento: teorema del confronto e dei carabinieri per le funzioni; limiti notevoli.

*Funzioni continue di una variabile:* Funzioni continue su un intervallo: teorema degli zeri e dei valori intermedi, il metodo di bisezione; continuità delle funzioni elementari e delle loro inverse: logaritmi, inverse delle funzioni circolari e iperboliche; funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato: teorema di Weierstraß.

*Calcolo differenziale per funzioni di una variabile:* Rapporto incrementale; definizione di derivata e significato geometrico, retta tangente; regole di derivazione; derivazione delle funzioni composte e delle funzioni inverse; derivazione delle funzioni elementari e delle loro inverse; estremi locali, punti critici e teorema di Fermat; i teoremi di Rolle e di Lagrange; conseguenze del teorema di Lagrange; funzioni monotone; estremi locali di funzioni derivabili; funzioni con derivata zero; le regole di de l'Hospital; approssimazione lineare di una funzione; il differenziale; le derivate successive; i simboli di Landau; funzioni con contatto di ordine  $n$ ; polinomio di Taylor e di Mac Laurin; la formula di Taylor con resto di Lagrange e resto di Peano; i polinomi di Taylor delle funzioni elementari; applicazioni del teorema di Taylor: estremi locali, calcolo numerico, confronti asintotici tra funzioni e calcolo dei limiti con il principio di sostituzione, serie di Taylor, sviluppo delle funzioni elementari.

*Studio di funzione:* Estremi locali, zeri, asintoti orizzontali, verticali e obliqui, concavità e convessità, punti di flesso.

*Calcolo Integrale per funzioni di una variabile:* L'integrale di Riemann e significato geometrico; somme inferiori e superiori, caratterizzazione delle funzioni integrabili; classi di funzioni integrabili; proprietà dell'integrale; teorema della media, la funzione integrale e il teorema fondamentale del calcolo integrale; primitive e integrale indefinito; metodi di integrazione: integrazione per parti e per sostituzione; integrali impropri e criteri di convergenza; criterio integrale per le serie.

*Funzioni reali di più variabili:* Funzioni reali di più variabili, grafico; norma in  $\mathbb{R}^n$  e limiti in  $\mathbb{R}^n$ ; limiti e continuità di funzioni di più variabili; derivate parziali e direzionali; gradiente, approssimazione lineare, differenziabilità, piano tangente.

*Funzioni a valori vettoriali:* Funzioni di più variabili a valori vettoriali, la Jacobiana, regola della catena, trasformazioni regolari di coordinate: coordinate polari, circolari e sferiche, trasformazioni regolari, invertibilità locale di trasformazioni.

*Calcolo Integrale per funzioni di più variabili:* Integrazione di funzioni di due variabili, integrale di Riemann, misura di un insieme, proprietà dell'integrale, domini semplici e regolari, teorema di Fubini–Tonelli, interpretazione geometrica; cambiamento di variabili, integrazione in coordinate polari.

### Testi consigliati:

Appunti del corso, scaricabili dal sito: <http://people.disim.univaq.it/~klaus.engel>  
A. Marson, P. Baiti, F. Ancona, B. Rubino: *Corso di Analisi Matematica 1*, Carocci editore;  
M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: *Matematica*, Zanichelli;  
S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica*, Zanichelli;  
P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica*, Liguori Editore.

### Modalità di svolgimento dell'esame:

- 1) L'esame è scritto (con eventuale orale, vedi i punti 3) e 4) successivi) sull'intero programma del corso e include sia esercizi sia quesiti teorici. Tale prova, con votazione da 0 a 32, si considera superata se il punteggio è maggiore o uguale a 18.
- 2) Per sostenere una prova scritta è **obbligatorio** (e sufficiente) prenotarsi sul sito  
<https://segreteriavirtuale.univaq.it>  
entro la mezzanotte di due giorni prima della prova. Per l'orario e la disposizione nelle aule consultare il sito <http://people.disim.univaq.it/~klaus.engel> il giorno prima dell'esame.
- 3) Nel caso in cui uno studente
  - consegna una prova scritta gravemente insufficiente, oppure
  - si prenoti e non sostenga l'esame senza comunicare l'assenza almeno un giorno prima dello scrittoe supererà la prova scritta in uno dei due appelli successivi (anche appartenenti a sessioni o anno accademico successivi), dovrà sostenere una prova orale, e la votazione finale dipenderà da entrambe le votazioni, non essendo ovviamente garantito il superamento dell'esame.
- 4) Nel caso in cui uno studente si prenoti con ritardo dal docente oppure non si prenoti e supera la prova scritta, dovrà sostenere una prova orale con le stesse modalità del punto precedente.
- 5) Non sono previste prove parziali; saranno previsti quindi 7 appelli scritti ordinari (più quello straordinario, qualora previsto).