

Esercizio 1. Sia

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in B, 0 \leq z \leq 4xy\},$$

dove

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3x\}.$$

Calcolare

$$\iiint_E (2x + 3y + 6z) \, dx dy dz.$$

Esercizio 2. Studiare la convergenza puntuale della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{9+n} x^n.$$

Esercizio 3. Trovare la retta tangente in $(4, 6)$ all'insieme

$$Z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : F(x, y) = 0\},$$

dove

$$F(x, y) = 9x + 7y + \ln(1 + (x - 4)^2 + (y - 6)^2) - 78.$$

Esercizio 4. Risolvere l'equazione differenziale

$$y''' - 5y'' = 3t^2 - 4.$$

Esercizio 5. Sia $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ così definita: $f(x) = 5x$ se $x \in (-\pi, 0)$ e $f(x) = 0$ se $x \in [0, \pi]$. Sia g l'estensione di f in modo 2π periodico a tutto $(-\infty, +\infty)$. Disegnare il grafico di g relativo all'intervallo $(-3\pi, 3\pi]$. In quali punti la serie di Fourier converge a g ?

Esercizio 6. Calcolare la lunghezza della curva $\phi : [0, 10\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\phi(t) = (6 \cos(t), 6 \sin(t), 7t).$$

Esercizio 7. Trovare i punti stazionari di

$$f(x, y) = -7(x - 1)^2 - 6(y - 3)^2 + 3x + 2y + 13$$

e stabilire se sono di massimo relativo, minimo relativo o sella.

Esercizio 8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = t^3 [\cos(y)]^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 9. Trovare $\max_{\Gamma} V$ e $\min_{\Gamma} V$, dove

$$\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : F(x, y) = 0\},$$

$$F(x, y) = x^2 + y^2 - 81 \text{ e } V(x, y) = 8xy.$$

Esercizio 10. Trovare una primitiva della forma differenziale

$$(12x^3y^5 + 14x - \sin(x)) dx + (15x^4y^4 + 12y + \cos(y)) dy$$

Esercizio 11. Calcolare l'area della superficie $\psi : D \rightarrow \mathbb{R}^3$, dove

$$D = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{4} \leq \sqrt{u^2 + v^2} \leq 5\}$$

$$\text{e } \psi(u, v) = (u, v, u^2 + v^2).$$

Esercizio 12. Risolvere l'equazione differenziale

$$y'''' - 9y = e^{-2x}.$$

Esercizio 13. Trovare i punti stazionari di

$$f(x, y) = 6(x - 3)^2 + 7(y - 1)^2 + 2x + 3y + 11$$

e stabilire se sono di massimo relativo, minimo relativo o sella.

Esercizio 14. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = t \log(t) y^2, \\ y(1) = 3. \end{cases}$$

Esercizio 15. Sia $f(x) = 5x$ se $x \in (0, \pi]$; estendo tale funzione in modo pari a tutto $(-\pi, \pi]$ e la chiamo ancora f . Sia g l'estensione di f in modo 2π periodico a tutto $(-\infty, +\infty)$. Disegnare il grafico di g relativo all'intervallo $(-3\pi, 3\pi]$. In quali punti la serie di Fourier converge a g ?

Esercizio 16. Trovare i punti stazionari di

$$f(x, y) = 5(x - 2)^2 - 4(y - 3)^2 + 6x + 9y + 8$$

e stabilire se sono di massimo relativo, minimo relativo o sella.

Esercizio 17. Sia $f(x) = 7$ se $x \in (0, \pi]$; estendo tale funzione in modo dispari a tutto $(-\pi, \pi]$ e la chiamo ancora f . Sia g l'estensione di f in modo 2π periodico a tutto $(-\infty, +\infty)$. Disegnare il grafico di g relativo all'intervallo $(-3\pi, 3\pi]$. In quali punti la serie di Fourier converge a g ?

Esercizio 18. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = t[\sin(y)]^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$