

## Esercizi vari di matematica di base

### ESERCIZIO 1

Date le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix},$$

e dati  $\lambda = 5$  e  $\mu = 2$ , calcolare  $AB$ ,  $BA$ ,  $A + B$ ,  $B - A$ ,  $\lambda A + \mu B$ .

### ESERCIZIO 2

Date le matrici

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 10 \\ -2 & 0 \end{bmatrix},$$

stabilire se il prodotto di matrici  $A_1 A_2$  è ben definito, e in tal caso calcolarlo.

### ESERCIZIO 3

Date le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix},$$

stabilire se  $A$  e  $B$  sono invertibili. Per i casi in cui la matrice è invertibile, calcolare la matrice inversa.

### ESERCIZIO 4

Dato il vettore

$$v = (1, 0, -3) \in \mathbb{R}^3,$$

determinare l'equazione del piano in  $\mathbb{R}^3$  passante per l'origine e ortogonale a  $v$ .

### ESERCIZIO 5

Dati i vettori

$$v = (1, 0, -1) \in \mathbb{R}^3, \quad w = (-1, 2, -1) \in \mathbb{R}^3$$

dire se  $v$  e  $w$  sono ortogonali tra di loro.

### ESERCIZIO 6

Risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 4y = -2. \end{cases}$$

### ESERCIZIO 7

Risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 3y + 6z = -3 \\ 2z = 4. \end{cases}$$

### 1. ESERCIZIO 8

Si dica per quale valore del parametro  $k \in \mathbb{R}$  il sistema

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ y + z = 1 \\ (k + 1)z = -1, \end{cases}$$

ammette una soluzione.

### ESERCIZIO 9

Date le due rette dello spazio di equazioni

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t + 1 \\ z = t + 3, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2s \\ y = 2 \\ z = s + 2, \end{cases}$$

espresse in forma parametrica, dire se le due rette si intersecano o meno. Se si intersecano, determinare il punto in cui si intersecano.

### ESERCIZIO 10

Calcolare tutte le radici cubiche del numero complesso  $z = -27$ .

### ESERCIZIO 11

Calcolare il dominio delle seguenti funzioni

- $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{2} - \log(1-x)}$
- $f(x) = \sqrt{1 + \tan^2 x}$
- $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x}$
- $f(x) = \log_2(1 - 2^{|x|})$

### ESERCIZIO 12

Calcolare autovalori e autofunzioni della matrice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

### ESERCIZIO 13

Calcolare autovalori e autofunzioni della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$