

## Esonero di Meccanica Classica e Analitica del 02-04-2025. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- equilibrio, stabilità e secondo teorema di Lyapunov per il sistema di equazioni  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{g}(\mathbf{z})$  (non è necessario discutere delle applicazioni alla meccanica). [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa  $m$  è vincolato senza attrito alla superficie  $z = (x^2 + y^2)^2$ . Si scriva la lagrangiana usando le variabili  $x$  e  $y$ , si trovi la posizione di equilibrio e si mostri che è stabile. Si dica anche perché non ci sono piccole oscillazioni. Si aggiunga una molla di costante  $k$  che collega il punto all'origine e si mostri che la posizione di equilibrio rimane stabile e che ci sono piccole oscillazioni. Si scriva la lagrangiana ridotta; [14 pt]
- dato il sistema del precedente esercizio (con molla) si trovi un secondo integrale del moto oltre all'energia meccanica utilizzando per la lagrangiana le variabili  $\rho$  e  $\theta$ . [6 pt]