

Esonero di Meccanica Classica e Analitica del 03-06-2024. Mod.2

1. Discutere il seguente argomento:

- variabili azione-angolo come nuove variabili hamiltoniane e la trasformazione completamente canonica che le determina. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si consideri la hamiltoniana $H = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2}$. Si trovino le soluzioni $q = q(t; q_0, p_0)$, $p = p(t; q_0, p_0)$ delle equazioni di Hamilton dove q_0, p_0 è la posizione del punto nello spazio delle fasi all'istante 0 (ossia $q(0; q_0, p_0) = q_0$ e $p(0; q_0, p_0) = p_0$). Si mostri che lo jacobiano delle trasformazione di coordinate $q_0, p_0 \rightarrow q, p$ ossia il determinante della matrice jacobiana

$$\hat{J}(t; q_0, p_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial q_0} & \frac{\partial q}{\partial p_0} \\ \frac{\partial p}{\partial q_0} & \frac{\partial p}{\partial p_0} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

è uguale a 1 per qualsiasi t . Si dica qual è la conseguenza per la conservazione dei volumi nello spazio delle fasi; [10 pt]

- si consideri la hamiltoniana $H = \frac{p^4}{2} + \frac{q^2}{2}$. Si trovi esplicitamente (a meno di una costante moltiplicativa) la variabile azione A in funzione di E e la frequenza Ω in funzione di A . Si scriva (come integrale) anche la funzione di seconda specie $F_2(q, A)$ che genera le variabili azione-angolo. [10 pt]