

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 03-11-2025. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- equilibrio, stabilità e secondo teorema di Lyapunov per il sistema di equazioni  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{g}(\mathbf{z})$  (non è necessario discutere delle applicazioni alla meccanica). [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa  $m$  è vincolato senza attrito alla superficie  $z = (x^2 + y^2) + (x^2 + y^2)^2$ . Si scriva la lagrangiana usando le variabili  $x$  e  $y$ . Si trovi la posizione di equilibrio e si mostri che è stabile. Si dica perché sono possibili piccole oscillazioni. Si scriva la lagrangiana ridotta e si trovino le pulsazioni proprie; [14 pt]
- dato il sistema del precedente esercizio si trovi un secondo integrale del moto oltre all'energia meccanica utilizzando per la lagrangiana le variabili  $\rho$  e  $\theta$ . [6 pt]