

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 07-07-2025. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- Le piccole oscillazioni dei sistemi lagrangiani: condizioni, lagrangiana ridotta e relative equazioni (non è necessario trovare pulsazioni e soluzioni). [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa  $m$  sia vincolato senza attrito alla superficie  $z = x^2 + ay^2 - 2axy$ . Si scriva la lagrangiana. Si determinino/determinino la/le posizione/posizioni di equilibrio al variare del parametro reale  $a$  e se ne studi la stabilità sempre al variare di  $a$ ; [13 pt]
- relativamente al problema precedente si assuma  $a = \frac{1}{2}$  e si scriva la lagrangiana ridotta delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio stabile. [7 pt]

**Esame di Meccanica Classica e Analitica del 07-07-2025. Mod.2**

1. Discutere il seguente argomento:

- Teorema di ricorrenza di Poincaré come importante conseguenza del teorema di Liouville. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si calcolino le variabili azione-angolo per il sistema con hamiltoniana  $H(q, p) = \exp(p^2 + q^2)$  e si risolvano le relative equazioni di Hamilton; [13 pt]
- si consideri la trasformazione  $Q = (\alpha + \beta t)\sqrt{p} \cos q$ ,  $P = \gamma\sqrt{p} \sin q$ ; dire per quali valori di  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  è completamente canonica. [7 pt]