

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 09-06-2025. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- definizione e classificazione dei vincoli. Equazioni del moto in presenza di vincoli lisci, olonomi e bilateri. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa m è vincolato senza attrito al paraboloide $z = x^2 + y^2$. Il punto, oltre alla forza peso, è soggetto ad una forza di potenziale $\frac{\alpha z^2}{2}$ dove α è una costante reale (può essere anche negativa o nulla). Si trovi la lagrangiana del sistema usando le variabili x e y . Si determinino le posizioni di equilibrio al variare del parametro α e se ne discuta la stabilità; [10 pt]
- per il sistema del precedente esercizio, sempre usando le variabili x e y , si trovi un secondo integrale del moto (oltre all'energia meccanica) tramite il teorema di Nöther.[10 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 09-06-2025. Mod.2

1. Discutere il seguente argomento:

- data la lagrangiana $\Lambda(q, p, \dot{q}, \dot{p}, t) = p\dot{q} - H(q, p, t)$ (con variabili q e p distinte) si mostri che le relative equazioni di Lagrange sono identiche alle equazioni di Hamilton per $H(q, p, t)$. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- data la hamiltoniana $H(q, p) = \sqrt{p^2 + q^2}$ determinare la variabile azione A in funzione dell'energia E e conseguentemente determinare la velocità angolare $\Omega(A)$. Si scriva la funzione generatrice $F_2(q, A)$ per la trasformazione canonica che genera le variabili azione-angolo e si scriva la variabile angolo ϕ in funzione di A e di q ; [12 pt]
- si consideri la trasformazione $Q = qp^2$, $P = \alpha q^\beta p^\gamma$, si dica per quali valori dei parametri α , β e γ è completamente canonica. Per i valori dei parametri trovati si determini funzione generatrice di seconda specie $F_2(q, P)$. [8 pt]