

Esonero di Meccanica Classica e Analitica del 17-09-2026. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- lagrangiana ridotta delle piccole oscillazioni intorno a una posizione di equilibrio stabile in termini della matrice hessiana $\hat{V}$ e della matrice dell'energia cinetica $\hat{T}$. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si scriva la lagrangiana di un punto materiale pesante di massa m vincolato alla superficie $z = x^2 - \alpha y^2 + \beta y^4$ e collegato all'origine da una molla di costante elastica k . Si mostri che la posizione $x = 0, y = 0$ è di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare dei parametri α, β, m, k e g ; [10 pt]
- relativamente al problema precedente si ponga $m = 1, g = 1, \alpha = 1, k = 4$ e si mostri che per questi valori esistono le piccole oscillazioni. Si calcolino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni intorno all'origine mostrando che non dipendono da β e si dia la soluzione del problema ridotto. [10 pt]

Esonero di Meccanica Classica e Analitica del 17-09-2026. Mod.2

1. Discutere il seguente argomento:

- le variabili azione-angolo per sistemi con un grado di libertà: definizioni, proprietà ed esempi. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- data la hamiltoniana $H(q, p) = \sqrt{p^2 + q^4}$ determinare la variabile azione A in funzione dell'energia E (a meno di una costante moltiplicativa) e conseguentemente determinare la velocità angolare $\Omega(A)$; [10 pt]
- si consideri la trasformazione $Q = \alpha q^3$, $P = pq^\beta$; dire per quali valori di α e β è completamente canonica. Si trovi una funzione generatrice di questa trasformazione (per i parametri precedentemente trovati). [10 pt]