

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 26-01-2026. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- equazioni di Lagrange in forma normale del primo ordine. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si scriva la lagrangiana di un punto materiale pesante di massa m vincolato alla superficie $z = x^2 + \alpha y^2 + \beta y^4$ e collegato all'origine da una molla di costante elastica $k = 1$. Si mostri che la posizione $x = 0, y = 0$ è di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare dei parametri α, β e mg ; [12 pt]
- per il sistema del precedente esercizio si ponga $\alpha=0, m=1, g=\frac{1}{2}$ e si calcolino le pulsazioni proprie delle piccole oscillazioni. [8 pt]

Esame di Meccanica Classica e Analitica del 26-01-2026. Mod.2

1. Discutere il seguente argomento:

- hamiltoniana come energia generalizzata del sistema, condizioni per la sua conservazione. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- data la hamiltoniana $H(q, p) = (p^2 + q^2)^2$ determinare la variabile azione A in funzione dell'energia E e conseguentemente determinare la velocità angolare $\Omega(A)$. Si scriva la funzione generatrice $F_2(q, A)$ per la trasformazione canonica che genera le variabili azione-angolo e si scriva la variabile angolo ϕ in funzione di A e di q ; [12 pt]
- data la hamiltoniana $H = \frac{p_1^2}{2} + \frac{q_1^2}{2} \frac{p_2^2 + q_2^2}{2}$, si trovi un integrale del moto $g(q_2, p_2)$ (si mostri esplicitamente che le equazioni di Hamilton implicano $\frac{dg}{dt} = 0$). [8 pt]