

Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 04-11-2024

1. Discutere il seguente argomento:

- A) si consideri una variabile q che soddisfa le equazioni di Lagrange con lagrangiana $L(q, \dot{q}, t)$. Si dica perché le equazioni di Lagrange sono soddisfatte dalla variabile $Q = Q(q, t)$ per la lagrangiana L' definita come

$$L'(Q, \dot{Q}, t) = L(q(Q, t), \dot{q}(Q, \dot{Q}, t), t),$$

dove $q = q(Q, t)$ è la trasformazione inversa e $\dot{q}(Q, \dot{Q}, t) = \frac{\partial q(Q, t)}{\partial Q} \dot{Q} + \frac{\partial q(Q, t)}{\partial t}$;

B) data la lagrangiana $\Lambda(q, p, \dot{q}, \dot{p}, t) = p\dot{q} - H(q, p, t)$ si mostri che relative due equazioni per le variabili lagrangiane q e p coincidono con le equazioni di Hamilton. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale è descritto dalla hamiltoniana

$$H = \frac{p_1^2}{2} + \frac{p_2^2}{2(1+q_2^2)} + \frac{k}{2}[q_1^2 + (q_1 - q_2)^2].$$

Si scrivano le equazioni di Hamilton. Si trovi la Lagrangiana $L(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2, t)$; [10 pt]

- si trovino le variabili azione-angolo per il sistema con hamiltoniana $H = \exp(q^2 + p^2)$. Si scrivano le equazioni di Hamilton sia per le variabili q e p che per le variabili azione-angolo. [10 pt]