

## Esame di Meccanica Classica e Analitica del 25-06-2024. Mod.1

1. Discutere il seguente argomento:

- moti naturali e principio di D'Alembert. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si determini la lagrangiana di un punto materiale pesante di massa  $m$  vincolato alla superficie  $z = x^2 - y^2 + \alpha y^4$ . Si trovino le posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\alpha$  e se ne discuta la stabilità sempre al variare di  $\alpha$ ; [10 pt]
- si consideri ancora il sistema del precedente esercizio e si scelga un valore del parametro  $\alpha$  per il quale ci sono posizioni di equilibrio stabile con matrice hessiana definita positiva. Si scelga una di queste posizioni e si scriva la lagrangiana ridotta (si presti attenzione al fatto che le posizioni di equilibrio stabile potrebbero non essere nell'origine e in conseguenza le variabili della lagrangiana ridotta potrebbero non coincidere entrambe con  $x$  e  $y$ ). Si trovi la soluzione del problema ridotto (piccole oscillazioni). [10 pt]

## Esame di Meccanica Classica e Analitica. Mod.2 & Meccanica Razionale del 25-06-2024

1. Discutere il seguente argomento:

- parentesi di Poisson e integrali primi. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- un punto materiale pesante di massa  $m = 1$  è vincolato alla superficie di equazione  $z = \ln(1 + x^2 + y^2)$ . Scrivere esplicitamente la hamiltoniana e le equazioni di Hamilton usando le variabili  $\rho$ ,  $\theta$ ,  $p_\rho$  e  $p_\theta$  ( $\rho$  e  $\theta$  sono le variabili polari). Trovare due costanti del moto; [10 pt]
- data l'hamiltoniana  $H = \frac{p_1^2}{2} + \frac{q_1^2}{2} \left( \frac{p_2^2 + q_2^2}{2} \right)^2$ , individuare le costanti del moto ed esprimere le variabili azione in funzione di esse. Infine esprimere l'energia in funzione delle variabili azione e trovare le due frequenze. [10 pt]