

Esame di Modelli Matematici del 17-02-2026.

1. Discutere il seguente argomento:

- conservazione della norma ed evoluzione della media di un operatore. [10 pt]

2. Risolvere i seguenti esercizi:

- si consideri un oscillatore armonico: calcolare la funzione d'onda $\psi(x, t)$ se al tempo $t = 0$ essa è $\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_0(x) + \psi_2(x))$ dove $\psi_0(x)$ e $\psi_2(x)$ sono rispettivamente lo stato fondamentale e il secondo stato eccitato (non è necessaria l'espressione esplicita dei due autostati $\psi_0(x)$ e $\psi_2(x)$). Si dica per quali valori di t si ha $\psi(x, t) = -\psi(x, 0)$; [6 pt]
- si consideri il sistema di hamiltoniana $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + |x|$. Si dica perché sono presenti solo stati legati. Si dia una stima dall'alto dell'energia E_0 dello stato fondamentale tenendo presente che per ogni ψ con norma unitaria si ha $E_0 \leq \langle \psi, \hat{H} \psi \rangle$. Si usi come funzione prova

$$\psi = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{x^2}{4\sigma^2}}$$

e si ottimizzi rispetto al parametro σ . [14 pt]