

**Esercizio** Risolvere il seguente problema di PL mediante l'implementazione tableau del metodo del Simplex:

$$\begin{aligned} & \min 2x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} & \\ & 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 2 \\ & x_1 + x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

**Soluzione.**

Trasformiamo il problema in forma standard:

$$\begin{aligned} & \min 2x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} & \\ & 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ & x_1 + x_3 + x_5 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

**FASE I:**

Problema artificiale:

$$\begin{aligned} & \min y_1 + y_2 \\ \text{s.t.} & \\ & 3x_1 - x_2 + 2x_3 + y_1 = 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 + y_2 = 2 \\ & x_1 + x_3 + x_5 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

tableau iniziale:

0	0	0	0	0	1	1	0
3	-1	2	0	0	1	0	4
4	2	-1	-1	0	0	1	2
1	0	1	0	1	0	0	2

riga 0 in forma canonica:

-7	-1	-1	1	0	0	0	-6	= -z
3	-1	2	0	0	1	0	4	= y <sub>1</sub>
<b>4*</b>	2	-1	-1	0	0	1	2	= y <sub>2</sub>
1	0	1	0	1	0	0	2	= x <sub>5</sub>

- Iter. 1 -

var. entrante x<sub>1</sub>;

var. uscente:  $\theta = \min\{4/3, 2/4^*, 2/1\} \implies y_2$

nuovo tableau:

0	5/2	-11/4	-3/4	0	0	7/4	-5/2	= -z
0	-5/2	<b>11/4*</b>	3/4	0	1	-3/4	5/2	= y <sub>1</sub>
1	1/2	-1/4	-1/4	0	0	1/4	1/2	= x <sub>1</sub>
0	-1/2	5/4	1/4	1	0	-1/4	3/2	= x <sub>5</sub>

- Iter. 2 -

var. entrante x<sub>3</sub>;

var. uscente:  $\theta = \min\{10/11^*, 6/5\} \implies y_1$

nuovo tableau:

0	0	0	0	0	1	1	0	
0	-10/11	1	3/11	0	4/11	3/11	10/11	= x <sub>3</sub>
1	3/11	0	-2/11	0	1/11	2/11	8/11	= x <sub>1</sub>
0	7/11	0	-1/11	1	-5/11	1/11	4/11	= x <sub>5</sub>

SOLUZIONE OTTIMA DEL PROBLEMA ARTIFICIALE:

$$x_1 = 8/11, x_2 = 0, x_3 = 10/11, x_4 = 0, x_5 = 4/11, y_1 = 0, y_2 = 0$$

le variabili artificiali sono fuori base, quindi possiamo eliminare le loro colonne dal tableau, ripristinare la funzione obiettivo ed iniziare la

FASE II

2	-1	1	0	0	0	
0	-10/11	1	3/11	0	10/11	= $x_3$
1	3/11	0	-2/11	0	8/11	= $x_1$
0	7/11	0	-1/11	1	4/11	= $x_5$

rimettendo in forma canonica la riga 0:

0	-7/11	0	1/11	0	-26/11	
0	-10/11	1	3/11	0	10/11	= $x_3$
1	3/11	0	-2/11	0	8/11	= $x_1$
0	<b>7/11*</b>	0	-1/11	1	4/11	= $x_5$

- Iter. 1 -

0	0	0	0	1	-2	
0	0	1	1/7	10/7	110/77	= $x_3$
1	0	0	-1/7	-3/7	4/7	= $x_1$
0	1	0	-1/7	11/7	4/7	= $x_2$

**Soluzione ottima:**

$$x_1 = 4/7, x_2 = 4/7, x_3 = 110/77, x_4 = 0, x_5 = 0$$