

### Analisi Matematica 1 (A.A. 2001/2002)

Docenti: Fabio Camilli, Klaus Engel e Corrado Lattanzio

Corsi di Laurea in Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile, Elettrica, Elettronica, Informatica-Automatica, Meccanica e Telecomunicazioni

**Scritto B**

durata della prova: 1 ora e 30 minuti

Cognome: ..... Nome: .....

Matricola: ..... Corso di Laurea: .....

orale il 20.12.2001     orale più tardi     orale insieme ad Analisi Matematica 2

### Domanda 1

[7 punti]

- (i) Data una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dare la definizione di  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .
- (ii) Dare un esempio di funzione per cui  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .
- (iii) È vero che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  implica  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ ?

### Risposta

(i) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(iii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## Domanda 2

[7 punti]

- (i) Enunciare il teorema degli zeri
- (ii) Sia  $[a, b] = [0, 1]$ . Quante suddivisioni dell'intervallo sono necessarie per approssimare uno zero di  $f$  con una precisione pari almeno a  $10^{-1}$ ?
- (iii) Provare che la funzione  $f(x) = \arccos(x) - \frac{\pi}{4} + \arcsin(x) - x^4$  ha almeno uno zero negativo.

### Risposta

(i) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(iii) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### Esercizio 1

[4 punti se corretto, -2 se errato]

Sia  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una successione  $|a_n| \geq |a_{n+1}|$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ . Allora:

a  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = e^2$

b  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  è limitata

c  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  è decrescente

d  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$

#### Risoluzione

### Esercizio 2

[4 punti se corretto, -2 se errato]

Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è suriettiva da  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$ , allora

a  $f$  è continua     b  $f$  è strettamente decrescente     c  $f$  non è limitata     d  $f(51) = f(512)$

#### Risoluzione

### Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il seguente limite

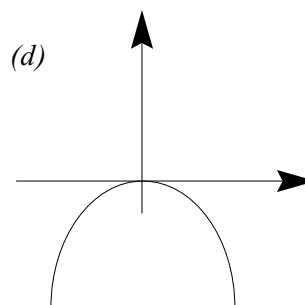
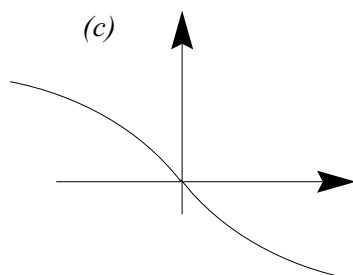
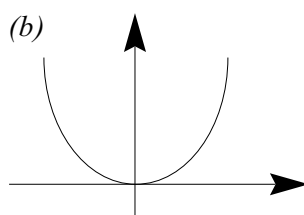
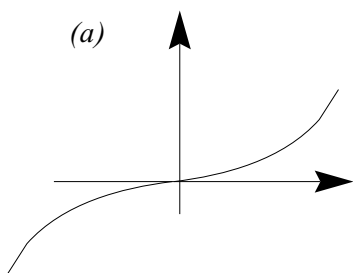
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - e^{x^2}) \sin(\frac{1}{x})}{\ln(1 - 2x)} = \boxed{\phantom{000}}$$

#### Risoluzione

## Esercizio 4

[5 punti]

Sia  $f \in C^2(\mathbb{R})$  e  $\delta > 0$  tale che  $f(0) = 0$  e  $f'(x) = -x \sin^4(f(x))$  per  $|x| \leq \delta$ . Quali dei seguenti grafici è compatibile con le informazioni date?



## Risoluzione

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Regole per sostenere l'esame

- Si può entrare in aula solamente con penna, matita, gomma, ... e libretto universitario (o documento di riconoscimento). In particolare, non si possono portare appunti, libri, calcolatrice e cellulare.
- Il compito viene corretto solo se la risposta alla domanda 1 è esauriente.
- Il punteggio minimo per superare la prova è 18.