Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria

Analisi Matematica II (A.A. 2001/2002)

Docenti: Fabio Camilli, Klaus Engel e Corrado Lattanzio

Corsi di Laurea in: Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile, Elettrica, Elettronica, Informatica – Automatica, Meccanica, Telecomunicazioni

Esercizi sulle funzioni di più variabili

Esercizio 1. Negli esercizi (a)–(f) calcolare il limite indicato o spiegare perchè non esiste.

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x-3}{x-y}$, (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \mathrm{e}^{-xy}\cos(x)$, (c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^3}{x^2+y^2}$,

(d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2-x^2}{x^2+y^2}$, (e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x+y^2}{4x-y}$, (f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy(y^2-x^2)}{x^2+y^2}$.

Esercizio 2. Calcolare il gradiente e la Hessiana della funzione $f(x,y) = x^y$. Inoltre trovare nel punto $(x_0, y_0) = (\mathrm{e}, 1)$ l'equazione del piano tangente e la derivata direzionale nella direzione $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$.

Esercizio 3. Calcolare gli estremi locali della funzione f per

(a) $f(x,y) = x^2 + y^2 + xy + 3x - 1$, (b) $f(x,y) = (x^2 + y^2)\cdot e^{-x}$,

(c) $f(x,y) = xy - 27\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$, (d) $f(x,y) = 2x^3 - 3xy + 3y^3 + 1$,

(e) $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}\cdot\left(x^2 + 2y^2\right)$, (f) $f(x,y) = 2x^3 + 3y^2 - 6xy$.

Esercizio 4. Utilizzando il metodo del moltiplicatore di Lagrange, calcolare gli estremi vincolati della funzione f per

(a) $f(x,y) = x + y$ sotto la condizione $x^2 + y^2 = 1$,

(b) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ sotto la condizione $2x + 3y = 12$,

(c) $f(x,y) = \dfrac{x^2}{\sin(y)}$ $\left(x > 0,\ y \in (0, \frac{\pi}{2})\right)$ sotto la condizione $\dfrac{x^3}{\tan(y)} = \sqrt{2}$,

(d) $f(x,y) = x^2 - 2(y+1)^2$ sotto la condizione $x^2 + 4y^2 = 1$,

(e) $f(x,y) = x - 2y + 1$ sotto la condizione $(x-1)^2 + \dfrac{y^2}{2} = 1$.

Esercizio 5. Calcolare il minimo e il massimo della funzione

$$f : \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \left(x - \tfrac{1}{3}\right)^2 + y^2 \le \tfrac{1}{4}\right\} \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) := \sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$