Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria

Analisi Matematica II (A.A. 2001/2002)

Docenti: Fabio Camilli, Klaus Engel e Corrado Lattanzio

Corsi di Laurea in: Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile, Elettrica, Elettronica, Informatica – Automatica, Meccanica, Telecomunicazioni

Esercizi sul Teorema di Dini e sulle Equazioni Differenziali

Esercizio 1. Verificare che l'equazione

$$\mathrm{e}^{y-x} + 3y + x^2 - 1 = 0$$

definisce implicitamente una funzione $h = h(x)$ in un intorno di $x = 0$. Calcolare $h'(0)$ e $h''(0)$ e scrive lo sviluppo di MacLaurin al secondo ordine per h.

Esercizio 2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali di primo ordine:

(a) $y'(t) = \frac{4}{t}\, y(t) + t^4 \sin(t),\ y(1) = 2,$

(b) $y'(t) = -\frac{1}{1+t}\, y(t) + \mathrm{e}^{2t},\ y(0) = 1,$

(c) $y'(t) = \cos(t) \cdot y^2(t),\ y(\pi) = \frac{1}{2},$

(d) $y'(t) = t\big(1 + y^2(t)\big),\ y(0) = 1,$

(e) $y'(t) = \mathrm{e}^{2y(t)} \cdot \cos(3t),\ y(0) = 0,$

(f) $y'(t) = 6\, t^2\big(y(t) - 2\big),\ y(0) = 1,$

(g) $y'(t) = t \cdot \mathrm{e}^{t+y(t)},\ y(0) = 0,$

(h) $y'(t) = \dfrac{1 - y^2(t)}{1 - t^2},\ y(0) = 2,$

(i) $y'(t) = 4 \cdot \dfrac{y(t)}{1 - t^2},\ y(0) = 1,$

(j) $y'(t) = y(t) \cdot \big(1 + y(t)\big),\ y(0) = 2,$

(k) $y'(t) = \dfrac{1 + y^2(t)}{t},\ y(1) = 1,$

(l) $y'(t) = \big(1 + \sin(t)\big) \cdot \big(1 + y(t)\big),\ y(0) = 2,$

(m) $y'(t) = \mathrm{e}^{y(t)} \cdot \sin(t),\ y(\pi) = 0,$

(n) $y'(t) = \dfrac{t^2 - y^2(t)}{t \cdot y(t)},\ y(1) = \sqrt{2}.$

Esercizio 3. Risolvere le seguenti equazioni differenziali di secondo ordine:

(a) $y''(t) + 4y'(t) - 5y(t) = 5t,\ y(0) = 5,\ y'(1) = 0,$

(b) $y''(t) - 2y'(t) + 10y(t) = \mathrm{e}^{2t},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1,$

(c) $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = \sin(t),\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,$

(d) $y''(t) - y(t) = 5\sin(2t),\ y(0) = 2,\ y'(0) = -1,$

(e) $y''(t) + 2y(t) = 2\sin(t),\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1.$