

## Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

*Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale*

**Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino**

**durata della prova: 2 ore e 30 minuti**

### Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left( \frac{8(x+1)}{4(x+1)^2 + 2(y-2)^2} + 2x, \frac{4(y-2)}{4(x+1)^2 + 2(y-2)^2} + 2y \right).$$

- Determinare il dominio di  $\mathbb{R}^2$  in cui  $F$  è definito e  $C^1$ .
- Verificare che  $F$  è irrotazionale.
- Stabilire a priori se  $F$  è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

### Esercizio 2

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, y \geq x\},$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, y, z).$$

### Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + (2x - 2t^3)u_x = x \\ u(x, 0) = 2x. \end{cases}$$

### Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0, & 0 < x < 2, t > 0, \\ u(x, 0) = 2 \sin(\pi x), & 0 < x < 2, \\ u_t(x, 0) = \sin(2\pi x), & 0 < x < 2, \\ u(0, t) = u(2, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$