

## Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

*Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale*

**Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino**

**durata della prova: 2 ore e 30 minuti**

### Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^4 + z^6}} - yz, \frac{2y^3}{\sqrt{x^2 + y^4 + z^6}} - xz, \frac{3z^5}{\sqrt{x^2 + y^4 + z^6}} - xy + z \right).$$

- Determinare il dominio di  $\mathbb{R}^3$  in cui  $F$  è definito e  $C^1$ .
- Verificare che  $F$  è irrotazionale.
- Stabilire a priori se  $F$  è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

### Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 = x^2 + 4z^2, 0 \leq y \leq 1\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (zy, x, z).$$

### Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t - 2xtu_x = u + t \\ u(x, 0) = -2x. \end{cases}$$

### Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(x, 0) = -2x, & 0 < x < \pi, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$