

Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{18x}{9x^2 + (y - \frac{1}{2})^2}, \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{2(y - \frac{1}{2})}{9x^2 + (y - \frac{1}{2})^2} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 = 4, -1 \leq x \leq z + 1\}$$

orientata verso l'esterno e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x^2, z^2, y^2).$$

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + 3t^2 u_x = x^2 \\ u(x, 0) = \sin(x). \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(x, 0) = 2 \cos(2x), & 0 < x < \pi, \\ u_t(x, 0) = 2, & 0 < x < \pi, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$