Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria 01.04.2003

Metodi Matemtici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\frac{zx}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{zy}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{1}{\sqrt[4]{z^3}} + \sqrt{x^2+y^2} \right).$$

- Determinare il dominio di $\mathbb{R}^3$ in cui F è definito e C^1.
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1,\ 0 < y < 2,\ 0 < z < 3 \right\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x,y,z) = (x,y,z)\,.$$

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + 2te^{-x}u_x = e^x \\ \\ u(x,0) = x. \end{cases}$$

La soluzione così trovata è globalmente definita?

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < \pi,\ 0 < y < 1, \\ \\ u\,(x,0) = 0, & 0 < x < \pi, \\ \\ u\,(x,1) = 3\sin(3x), & 0 < x < \pi, \\ \\ u\,(0,y) = u\,(\pi,y) = 0, & 0 < y < 1. \end{cases}$$