

Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{2x}{y(x^2 + y^2)^2}, \frac{x^2 + 3y^2}{y^2(x^2 + y^2)^2} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per la regione

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, -\sqrt{3} \leq z \leq \sqrt{3} \right\}$$

orientata verso l'esterno e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (zx, zy, z^2).$$

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t - \log(t+1)u_x = 2ut \\ u(x, 0) = e^x. \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = 3 \sin(2\pi x) - 2 \sin(3\pi x), & 0 < x < 1, \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$