

## Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

*Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale*

**Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino**

**durata della prova: 2 ore e 30 minuti**

### Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left( \frac{6x \log(y+1)}{3x^2 + (y-1)^4 + 2z^2}, \frac{\log(3x^2 + (y-1)^4 + 2z^2)}{y+1} + \frac{4(y-1)^3 \log(y+1)}{3x^2 + (y-1)^4 + 2z^2}, \frac{4z \log(y+1)}{3x^2 + (y-1)^4 + 2z^2} \right).$$

- Determinare il dominio di  $\mathbb{R}^3$  in cui  $F$  è definito e  $C^1$ .
- Verificare che  $F$  è irrotazionale.
- Stabilire a priori se  $F$  è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

### Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq 1, |y| \leq 1; 2x + z = 2\}$$

orientata verso l'alto e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, x, x^2).$$

### Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + e^t u_x = x^2 \\ u(x, 0) = x - 1. \end{cases}$$

### Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < 4, t > 0, \\ u(x, 0) = 0, & 0 < x < 4, \\ u_t(x, 0) = \sin(2\pi x), & 0 < x < 4, \\ u(0, t) = u(4, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$