

Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{6x\sqrt{y}}{3x^2 + 5(y+2)^2} + 2x, \frac{10(y+2)\sqrt{y}}{3x^2 + 5(y+2)^2} + \frac{\log(3x^2 + 5(y+2)^2)}{2\sqrt{y}} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq |x|, 0 \leq z \leq 1\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (2x, 3y, 0).$$

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + (x + t^2)u_x = xu \\ u(x, 0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 5u_{xx} = 0, & 0 < x < 5, t > 0, \\ u(x, 0) = 3 + 5 \cos(\pi x), & 0 < x < 5, \\ u_x(0, t) = u_x(5, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$