

Metodi Matematici per l'Ingegneria (A.A. 2002/2003)

Corsi di Laurea in Ingegneria Chimica, Civile, Gestionale

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{2x(x-1)}{3\sqrt[3]{((x-1)^2 + 3(y-2)^2)^2}} + \sqrt[3]{(x-1)^2 + 3(y-2)^2}, \frac{6x(y-2)}{3\sqrt[3]{((x-1)^2 + 3(y-2)^2)^2}} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 4 - x^2 - y^2; 2 \leq z \leq 4\}$$

orientata verso l'alto e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (z, x, y).$$

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + (5xt^2)u_x = u + 2 \\ u(x, 0) = x + 2. \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 5u_{xx} = 0, & 0 < x < 3, t > 0, \\ u(x, 0) = 3, & 0 < x < 3, \\ u_t(x, 0) = 4 \cos\left(\frac{2}{3}\pi x\right), & 0 < x < 3, \\ u_x(0, t) = u_x(3, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$