

ANALISI MATEMATICA 3

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA CHIMICA, CIVILE, INDUSTRIALE

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 \geq y^2 + z^2, 1 \leq x \leq 4\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x + z, x, x + y).$$

Esercizio 2

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\log x, \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}}, \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^3 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + 3xt^5 u_x = t^5 x + 2t \\ u(x, 0) = x^3. \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema¹:

$$\begin{cases} u_t - 7u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(x, 0) = 3 + x, & 0 < x < \pi, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

¹per gli studenti con 3 CFU, considerare il dato iniziale $u(x, 0) = 3 + 3 \cos(3x)$