

ANALISI MATEMATICA 3
METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA CHIMICA, CIVILE, INDUSTRIALE

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (z^3, z^2, z).$$

Esercizio 2

Stabilire se la curva di supporto γ e parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t^2 \cos\left(\frac{1}{t}\right) \end{cases} \quad 0 < t \leq 1$$

è rettificabile.

Esercizio 3

Utilizzando il metodo delle curve caratteristiche, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + (t+x)u_x = xt \\ u(x, 0) = x. \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema¹:

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = x, & 0 < x < \pi, \\ u_t(x, 0) = x^2, & 0 < x < \pi, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

¹per gli studenti con 3 CFU, considerare il dato iniziale $u(x, 0) = 2 \sin x - \sin(2x)$,
 $u_t(x, 0) = \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{8}{3\pi}\right) \sin x$.