

ANALISI MATEMATICA 3

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA CHIMICA, CIVILE, INDUSTRIALE

Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino

durata della prova: 2 ore e 30 minuti

Esercizio 1

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy, yz, xz).$$

Esercizio 2

Stabilire se la curva di supporto γ e parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = t^3 \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = t \sin\left(\frac{1}{t}\right) \end{cases} \quad 0 < t \leq 1$$

è rettificabile.

Esercizio 3

Determinare le curve caratteristiche per l'equazione

$$u_t + (x + 2)u_x = u + 2t$$

e disegnarle sul piano (x, t) . Successivamente, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + (x + 2)u_x = u + 2t \\ u(x, 0) = x. \end{cases}$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} 4u_{xx} + 9u_{yy} = 0, & -\pi < x < \pi, \quad -\pi < y < \pi, \\ u(-\pi, y) = u(\pi, y) = 0, & -\pi < y < \pi, \\ u(x, -\pi) = u(x, \pi) = \sin x, & -\pi < x < \pi. \end{cases}$$