

ANALISI MATEMATICA 3  
METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA CHIMICA, CIVILE

**Docenti: Corrado Lattanzio e Bruno Rubino**

**durata della prova: 2 ore e 30 minuti**

### **Esercizio 1**

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, 0, z).$$

### **Esercizio 2**

Verificare il teorema di Stokes per il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (0, 0, z)$$

e la superficie

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

### **Esercizio 3**

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + xu_x = 2 + u \\ u(x, 0) = x. \end{cases}$$

### **Esercizio 4**

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} u_t - 5u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(x, 0) = x + \sin x,^1 & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

---

<sup>1</sup>per gli studenti con 3 CFU, considerare il dato iniziale  $u(x, 0) = \sin x$