

# L'Aquila, 2 dicembre 2005

Prova scritta di Analisi Matematica III (6 CFU)

Corso di Laurea \_\_\_\_\_

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Prova orale il: \_\_\_\_\_

## Esercizio 1

Sia data la funzione

$$f(z) = \frac{\sin^2(z)}{z(z^2 + 1)}$$

Studiare i punti singolari isolati, classificarli e calcolarne i residui.

## Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (yz, xz, xy + z^2)$$

e la superficie

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, 1 \leq z \leq 4\}$$

orientata in modo tale che la terza componente del versore normale sia negativa.

## Esercizio 3

Facendo uso della formula dell'area, calcolare l'area della superficie piana

$$\mathcal{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2, x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

## Esercizio 4

Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2)} dx.$$

## Esercizio 5

Facendo uso della trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 3y' - y = \sin t \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

## Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 16u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = 3 + 5 \cos(6x) & 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 1 + 8 \cos(3x) & 0 < x < \pi \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$