

# Analisi Matematica III (6 CFU)

Prova scritta: 7 aprile 2006

Corso di studi: \_\_\_\_\_

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Prova orale: \_\_\_\_\_

## Esercizio 1

Mediante il metodo dei residui calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{25 - 24 \cos \vartheta}$$

## Esercizio 2

Facendo uso del teorema di Stokes calcolare la circuitazione del campo vettoriale  $F(x, y, z) = (\cos(\pi y), \sin(\pi x), 0)$  attorno al rettangolo di vertici  $A = (0, 1, 0)$ ,  $B = (0, 0, 1)$ ,  $C = (1, 0, 1)$ ,  $D = (1, 1, 0)$  percorso in senso antiorario per una persona in piedi che guarda dall'origine.

## Esercizio 3

Calcolare la lunghezza della curva  $\gamma : [-1, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da  $\gamma(t) = (t, 3t^2, 6t^3)$ .

## Esercizio 4

Dopo averla disegnata, sviluppare in serie di Fourier la funzione  $f : [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \max\{\pi - x, 0\}$ , dove con  $\max\{a, b\}$  si indica il massimo tra  $a$  e  $b$ .

## Esercizio 5

Facendo uso della trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = v \\ v' = -5u - 2v \\ u(0) = 0, \quad v(0) = 1. \end{cases}$$

## Esercizio 6

Data la funzione  $u(x, y) = e^{-3x} \sin(3y)$ ,

- a) verificare che  $u$  è una funzione armonica;
- b) trovare tutte le funzioni olomorfe  $f$  di cui  $u$  è parte reale.