

Analisi Matematica III (6 CFU)

Prova scritta: 4 luglio 2006

Corso di studi: _____

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Prova orale: _____

Esercizio 1

Facendo uso della formula dell'area, calcolare l'area dell'insieme \mathbb{T} la cui frontiera è sostegno della curva parametrizzata da

$$\varphi : \begin{cases} x = 2(1 + \cos t) \cos t \\ y = 2(1 + \cos t) \sin t. \end{cases} \quad -\pi \leq t \leq \pi$$

Esercizio 2

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = (1 + ye^{xy}, xe^{xy} + \cos y).$$

Dire se F è conservativo e, in caso affermativo, calcolarne un potenziale.

Esercizio 3

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi, \\ u(x, 0) = 0 & 0 < x < \pi, \\ u(x, \pi) = \sin(5x) & 0 < x < \pi, \\ u(0, y) = u(\pi, y) = 0 & 0 < y < \pi. \end{cases}$$

Esercizio 4

Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^6}$$

Esercizio 5

Applicando la trasformata di Fourier (rispetto ad x), esprimere come prodotto di convoluzione la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial u}{\partial x} = 0 & \text{per } (x, t) \in \mathbb{R}^2 \\ u(x, 0) = e^{-|x|} & \text{per } x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Esercizio 6

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = H(t - \pi) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

dove $H(\tau)$ indica la funzione di Heaviside.