

Analisi Matematica III (6 CFU)

Prova scritta: 5 settembre 2006

Corso di studi: _____

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Prova orale: _____

Esercizio 1

Si calcoli la trasformata di Fourier di

$$f(t) = \frac{1}{4}e^{-|5t|}$$

Esercizio 2

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere la seguente equazione:

$$y(t) - 2 \int_0^t [(t - \tau) - \sin(t - \tau)]y(\tau) d\tau = \sqrt{2} tH(t),$$

dove $H(\tau)$ indica la funzione di Heaviside.

Esercizio 3

Facendo uso dei metodi di analisi complessa, si calcoli il seguente integrale di variabile reale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x(1+x^2)} dx$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0 & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) = 3 \cos(\pi x) - 5 \cos(2\pi x) + 2 & 0 < x < 1, \\ u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$

Esercizio 5

Si consideri il parallelepipedo

$$\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Verificare il teorema di Gauss per il dominio \mathcal{D} e il campo vettoriale $F(x, y, z) = (0, 0, xyz)$.

Esercizio 6

Si calcoli (a meno del segno) il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (0, 0, xyz)$ attraverso il rettangolo di vertici $A = (0, 0, 0)$, $B = (3, 0, 0)$, $C = (0, 2, 1)$, $D = (3, 2, 1)$.