

Analisi Matematica III (6 CFU)

Prova scritta: 20 settembre 2006

Corso di studi: _____

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Prova orale: 22 settembre 2006 alle ore 9.30

Esercizio 1

Risolvere il seguente problema mediante l'uso della Trasformata di Laplace

$$\begin{cases} y''' - 2y' + y = H(t)e^{-t} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1, \end{cases}$$

dove $H(t)$ è la funzione di Heaviside.

Esercizio 2

Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-3)},$$

- (a) Determinare e classificare i punti di singolarità di f ,
- (b) Scrivere lo sviluppo di Laurent di f centrato in $z = 0$ e convergente in $2i$.

Esercizio 3

Facendo uso dei metodi di analisi complessa, si calcoli la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}.$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0, \\ u(x, 0) = 5 \sin 2x & 0 < x < \pi, \\ u_t(x, 0) = -\sin 4x, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$

Esercizio 5

Dato il campo vettoriale su \mathbb{R}^2

$$F(x, y) = \left(\frac{8x - 8}{4(x - 1)^2 + y^2}, \frac{2y}{4(x - 1)^2 + y^2} \right),$$

- (a) Determinare il dominio di F ,
- (b) Stabilire se F è conservativo sul suo dominio,
- (c) In caso di risposta affermativa alla domanda (b), determinare un potenziale per F .

Esercizio 6

Mediante la formula dell'area, calcolare l'area della superficie del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 - x \leq y \leq 4 - x^2\}.$$