

ANALISI MATEMATICA III [compito A]

Scritto del 28 novembre 2006

Durata della prova: 180 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 4 dicembre 12 dicembre 9 gennaio

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{6xz}{3x^2 + 2y^2}, \frac{4yz}{3x^2 + 2y^2}, \log(3x^2 + 2y^2) \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^3 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Mediante la formula dell'area, determinare l'area della regione di piano \mathcal{A} definita da:

$$\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 3x^3 \leq y \leq 3x\}.$$

Esercizio 3

Scrivere lo sviluppo di Laurent di centro -1 e convergente per ogni $z \neq -1$ della funzione

$$\frac{z}{z+1} \sin(z+1).$$

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{x(x^2+2x+2)}.$$

Esercizio 5

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = te^{2t} \\ y(0) = \frac{1}{2} \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 2x & 0 < x < 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$