

# ANALISI MATEMATICA III [compito B]

Scritto del 28 novembre 2006

Durata della prova: 180 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:**  4 dicembre     12 dicembre     9 gennaio

## Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left( \frac{4xz}{2x^2 + 3y^2}, \frac{6yz}{2x^2 + 3y^2}, \log(2x^2 + 3y^2) \right).$$

- Determinare il dominio di  $\mathbb{R}^3$  in cui  $F$  è definito e  $C^1$ .
- Verificare che  $F$  è irrotazionale.
- Stabilire a priori se  $F$  è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

## Esercizio 2

Mediante la formula dell'area, determinare l'area della regione di piano  $\mathcal{A}$  definita da:

$$\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, -3x^3 \leq y \leq -3x\}.$$

## Esercizio 3

Scrivere lo sviluppo di Laurent di centro 2 e convergente per ogni  $z \neq 2$  della funzione

$$\frac{z}{z-2} \cos(z-2).$$

## Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)(x^2+2x+2)}.$$

## Esercizio 5

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = te^t \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

## Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & 0 < x < 2, t > 0 \\ u(x, 0) = x & 0 < x < 2 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$