

# ANALISI MATEMATICA I

*Corsi di Laurea in Ingegneria Agroindustriale e Meccanica*

Scritto del 12 dicembre 2006

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:**  18 dicembre     9 gennaio

## Esercizio 1

Determinare l'estremo inferiore e superiore del seguente sottoinsieme della retta reale

$$\mathcal{A} = \left\{ \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 1} : x \in \mathbb{R} \right\}$$

## Esercizio 2

Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n 2^n + n^2}{3^n + n^4}$$

## Esercizio 3

Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x - x \cos x)(e^x - 1)}{\sin^3 x \arctan x}$$

## Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = (x + 1) - (x + 1) \log \frac{1}{|x|}$$

tracciandone un grafico approssimativo.

## Esercizio 5

Provare che

$$\sum_{k=2}^n \log \left( 1 - \frac{1}{k^2} \right) = \log \frac{n+1}{2n}$$

per ogni  $n \geq 2$ .

## Esercizio 6

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \cos x \log (1 + \sin^2 x) dx$$

## Esercizio 7

Dato  $a \in \mathbb{R}$ , calcolare la parte reale e la parte immaginaria di

$$z = 1 + ia + \frac{1}{2}(ia)^2 + \frac{1}{6}(ia)^3$$