

ANALISI MATEMATICA III

Scritto del 18 luglio 2007

Durata della prova: 180 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 20 luglio 2007

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{4x}{\sqrt{4x^2 + y^2}} + 2\sqrt{y+3}, \frac{y}{\sqrt{4x^2 + y^2}} + \frac{x}{\sqrt{y+3}} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 2

Utilizzando la formula dell'area, calcolare l'area del dominio di \mathbb{R}^2

$$\mathcal{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y-1)^2 \leq 1, y \geq x^2, y \leq x+1\}$$

Esercizio 3

Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{z}{(z+4i)(z+1)^2},$$

si calcoli lo sviluppo di Laurent di f centrato in $z_0 = 0$ e convergente in $z = 2i$.

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier di

$$f(x) = \frac{x}{3x^2 + 6x + 4}$$

Esercizio 5

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) - 4y'(t) = 5e^{7t} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili e della serie di Fourier, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = 0 & 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = \pi + 17 \cos(2x) & 0 < x < \pi \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$