

# ANALISI MATEMATICA II (8 CFU) - C

*Tutti i corsi di laurea eccetto Ingegneria Meccanica*

Scritto del 23 giugno 2008

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:**    24 giugno 2008    27 giugno 2008    2 luglio 2008  
                   4 luglio 2008    23 luglio 2008

## Esercizio 1

Calcolare il massimo ed il minimo della funzione

$$f(x, y) = x - y$$

sul dominio

$$\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1, (x+1)^2 + (y+1)^2 \geq 1, \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 \geq 1, (x+1)^2 + (y-1)^2 \geq 1\}.$$

## Esercizio 2

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2} \frac{3}{1+t^2} \sqrt{1-y^2} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

### Esercizio 3

Sia data la curva data dall'unione del segmento  $\overline{AB}$  di estremi  $A = (0, 0)$  e  $B = (1, 1)$  lungo la retta  $x = y$  e dall'arco di circonferenza, con centro nell'origine, che unisce il punto  $B$  con il punto  $C = (\sqrt{2}, 0)$ . Dopo averla disegnata, stabilire se la curva è rettificabile e, in caso affermativo, calcolare la sua lunghezza. Determinare quindi il lavoro che compie il campo vettoriale  $F(x, y) = (3x^2 - 2, y)$  lungo la curva così ottenuta.

### Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{xx} + 2u_{yy} = 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi \\ u(0, y) = u(\pi, y) = 0 & 0 < y < \pi \\ u(x, 0) = 8 \sin(2x) & 0 < x < \pi \\ u(x, \pi) = 3 \sin(3x) & 0 < x < \pi. \end{cases}$$