

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) - A

Scritto del 23 giugno 2008

Durata della prova (totale): 180 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 24 giugno 2008 27 giugno 2008 2 luglio 2008
 4 luglio 2008 23 luglio 2008

Esercizio 1

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \cos(\pi x)e^{-\frac{|x|}{4}}$$

Esercizio 2

Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{(z-1)^2}{\sin^3(z-1)},$$

determinare e classificare le singolarità isolate di f . Calcolare inoltre $\text{Res}(f, 1)$.

Esercizio 3

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - y' = 6 - 3t^2 \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 4

Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & -1 < x < 0 \\ x^2, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

- Estendere $f(x)$ 2-periodica a tutto \mathbb{R} ; disegnare il grafico della funzione così ottenuta.
- Determinare la serie di Fourier associata a tale funzione
- Studiare la convergenza puntuale e uniforme di tale serie.

Esercizio 5

Verificare il teorema di Stokes per la superficie di \mathbb{R}^3

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 2x^2 + 3z^2, 1 \leq y \leq 2\}$$

orientata verso l'esterno e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (y, x^2, z).$$

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 3u_{xx} = 0 & 0 < x < 3, t \geq 0 \\ u(0, t) = u(3, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 3 \sin(\pi x) + 6 \sin(4\pi x) & 0 < x < 3 \\ u_t(x, 0) = 2 \sin(3\pi x) & 0 < x < 3. \end{cases}$$