

ANALISI MATEMATICA II (8 CFU) - A

Scritto del 8 luglio 2008

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 9 luglio 2008 21 luglio 2008

Esercizio 3

Dato il luogo degli zeri

$$x - y + 3xy + e^{5xy} - 1 = 0,$$

dire se in un intorno dell'origine è possibile esplicitare una variabile in funzione dell'altra e, in caso affermativo, trovare tale esplicitazione fino al terzo ordine.

Esercizio 4

Sia dato il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y(y^2 - 4) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

1. Stabilire se il problema di Cauchy ammette esistenza o esistenza e unicità;
2. Trovare le eventuali soluzioni stazionarie dell'equazione differenziale;
3. Risolvere il problema di Cauchy e stabilire l'intervallo massimale di esistenza;
4. Calcolare il limite agli estremi dell'intervallo massimale di esistenza.

Esercizio 5

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{2x^2 + 4y^2}{\sqrt{x^2 + 4y^2}}, \frac{4xy}{\sqrt{x^2 + 4y^2}} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare se F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 3 \cos(2x) + 2 \cos(3x) + 5 \cos(5x) & 0 < x < \pi. \end{cases}$$