

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) - A

Scritto del 8 luglio 2008

Durata della prova (totale): 180 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 9 luglio 2008 21 luglio 2008

Esercizio 7

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(6x)}{9x^2 + 1}$$

Esercizio 8

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 9y = \sin(2t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 9

Scrivere lo sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{z - 1}{(z - 2)(z + 4)^2}$$

centrato in $z_0 = -4$ e convergente in $z = 0$.

Esercizio 5

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{2x^2 + 4y^2}{\sqrt{x^2 + 4y^2}}, \frac{4xy}{\sqrt{x^2 + 4y^2}} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare se F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 3 \cos(2x) + 2 \cos(3x) + 5 \cos(5x) & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

Esercizio 10

Mediante la formula dell'area, calcolare l'area della regione di piano

$$\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0, -\cos(x) \leq y \leq \frac{\pi^2}{4} - x^2 \right\}.$$