

ANALISI MATEMATICA II (8 CFU) - A

Scritto del 23 luglio 2008

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 24 luglio 2008

Esercizio 3

Dopo averne giustificato l'esistenza, trovare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - y + 1$$

sulla circonferenza di equazione

$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}.$$

Esercizio 4

Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y^{IV} - 6y''' + 8y'' + 6y' - 9y = te^{3t} + e^{-t}$$

descrivendo ad ogni passo la tecnica utilizzata e giustificando il tipo di risultato trovato.

Esercizio 5

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{6x}{3x^2 + y^4 + z^8} + 2xz, \frac{4y^3}{3x^2 + y^4 + z^8} - 1, \frac{8z^7}{3x^2 + y^4 + z^8} + x^2 \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^3 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare se F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 7 \cos(2x) & 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 3 - \cos(5x) & 0 < x < \pi \end{cases}$$