

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) - A

Scritto del 23 luglio 2008

Durata della prova (totale): 180 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 24 luglio 2008

Esercizio 7

Calcolare in seguente integrale con il metodo dei residui

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 3x}{x^2 - 6x + 13} dx.$$

Esercizio 8

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} y' - x' + y = e^t \\ y' + x' = e^{2t} \\ x(0) = y(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 9

Calcolare lo sviluppo in serie di Laurent della funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{\cos(z + 3i\pi)}{z^4}$$

centrato in $z_0 = 0$. Determinare $\text{Res}(f, 0)$.

Esercizio 5

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{6x}{3x^2 + y^4 + z^8} + 2xz, \frac{4y^3}{3x^2 + y^4 + z^8} - 1, \frac{8z^7}{3x^2 + y^4 + z^8} + x^2 \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^3 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare se F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 6

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 7 \cos(2x) & 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 3 - \cos(5x) & 0 < x < \pi \end{cases}$$

Esercizio 10

Verificare il teorema di Gauss per la regione di \mathbb{R}^3

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 1, y \geq 0\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x^2, 0, 2z).$$