

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) - A

Scritto dell'8 settembre 2008

Durata della prova (totale): 180 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 12 settembre 2008

Esercizio 6

Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [0, 1] \\ 2, & x \in (1, 2]. \end{cases}$$

- Estendere *dispari* tale funzione a $[-2, 0)$ e poi periodica di periodo 4. Disegnare il grafico della funzione così ottenuta.
- Determinare la serie di Fourier associata a tale funzione.
- Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier ottenuta.

Esercizio 7

Calcolare in seguente integrale con il metodo dei residui

$$v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 4x}{3x - 1} dx.$$

Esercizio 8

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

Esercizio 9

Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent della funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{z^2 - 9}{z^2(z - 3)(z + 2)}$$

centrato in $z_0 = 0$ e convergente in $z = 1$.

Esercizio 10

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(2x + \frac{2x(x+1)}{(x+1)^2 + y^2} + \log((x+1)^2 + y^2), \frac{2xy}{(x+1)^2 + y^2} \right).$$

- Determinare il dominio di \mathbb{R}^2 in cui F è definito e C^1 .
- Verificare se F è irrotazionale.
- Stabilire a priori se F è conservativo e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale.

Esercizio 11

Determinare l'area della superficie

$$\mathcal{S} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1, 0 \leq z \leq \frac{\sqrt{2}}{4} \right\}.$$